

MODELO MATEMÁTICO DE TRANSPORTE APLICADO A UNA COMPAÑÍA DEDICADA A LA MANUFACTURA Y DISTRIBUCIÓN DE JUGUETES, USANDO PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA

MATHEMATICAL MODEL OF TRANSPORT APPLIED TO A COMPANY DEDICATED TO THE MANUFACTURE AND DISTRIBUTION TOYS, USING INTEGER LINEAR PROGRAMMING

JUAN ANDRÉS LÓPEZ BARRERAS¹
JESÚS EVERARDO OLGUÍN TIZNADO²
CLAUDIA CAMARGO WILSON²

Universidad Autónoma de Baja California, México

RESUMEN

Como resultado de esta Investigación, se presentará un modelo de transporte usando programación lineal. El proceso general de distribución se organiza en niveles que se suceden entre la empresa y sus respectivos clientes. En cada nivel se pueden ver claramente unidades de origen-destino, entre un origen y varios destinos, con transporte directo y con holguras en las fechas de entrega de los pedidos a transportar. La programación de la distribución se realiza en cada unidad, utilizando programación lineal entera, considerando en la formulación flotilla limitada e ilimitada de transportes. La programación global se obtiene como superposición de las programaciones de todas las unidades origen-destino. Para validar el modelo se han utilizado los datos proporcionados por una empresa del sector industrial Manufacturero (fábrica de juguetes) que cumple las características requeridas.

Palabras claves: modelos de optimización, transporte, distribución de productos, programación lineal entera.

ABSTRACT

This article presents a mathematical model transport using linear programming. The global process of distribution is considered to be divided in successive levels between the company and yours clients. In every level units of origin - destination are distinguished, between an origin and several destinations, by direct transport and by roominess's in the delivery dates of the orders to transporting. The programming of the distribution is realized in every unit, using linear entire programming, considering in the formulation limited and unlimited flotilla of transport. The global programming obtains as overlapping of the programming of all the units origin - destination. To validate the model there has been in use the information provided by a company of the industrial Manufacturing sector (factory of toys) that fulfills the needed characteristics.

Keywords: *optimization modeling, distribution transport, product distribution, integer linear programming*

¹ Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería: Departamento de Ingeniería Industrial. Universidad Autónoma de Baja California Campus Tijuana Circuito Montes Olivos 19215 Fracc. Loma Dorada Residencial, Tijuana, B.C. México. e-mail: jalopez@uabc.mx

² Facultad de Ingeniería: Departamento de Ingeniería Industrial., Universidad Autónoma de Baja California, Campus Ensenada Km. 103 Carretera Tijuana – Ensenada S/N, Col. El Sauzal. Ensenada, Baja California, México. C.P. 22870. Tel.: 016461744333 e-mail: jeol79@uabc.mx, claudia_camargow@uabc.mx

INTRODUCCIÓN

La programación de la distribución se encarga de optimizar la asignación de las tareas a realizar (entrega de pedidos) a los recursos disponibles (vehículos). Concretamente, el análisis de la distribución física de las industrias tiene como objetivo optimizar el flujo de productos desde los centros de producción hasta el usuario (clientes) final.

Laporte (1992) aplica la programación matemática y resume los principales algoritmos exactos y heurísticos desarrollados en problemas de vehículos. Asimismo, Baita *et al* (1998) presentan una clasificación de los problemas de rutas, considerando también los costos de almacenaje. Hal *et al* (2001) presentan el estado del arte de las herramientas existentes y de los paquetes de programas disponibles para el estudio global de la cadena logística, y apuntan sus limitaciones. En esta misma línea están los trabajos de Jayramman y Pirkul (2001).

Las limitaciones de los estudios globales se hacen más evidentes en el caso de empresas cuyas características hacen necesaria una programación en un horizonte a corto plazo, y que pueden variar considerablemente de otras programaciones anteriores y futuras.

En los últimos años, la mayor parte de los estudios desarrollados en el ámbito de la distribución física de una empresa se concentra en el diseño de la estructura general de la distribución, ampliándolo en muchos casos a otros procesos logísticos de la empresa.

En este trabajo se presenta la optimización de la distribución, mediante programación matemática para industrias que necesiten una programación a corto plazo y que tienen las siguientes características:

- (i) Flotilla de vehículos disponibles conocida.
- (ii) Distribución basada en transporte directo origen-destino.
- (iii) Distribución entre un origen y diferentes destinos.
- (iv) Disponibilidad de un listado de pedidos a entregar en un cierto horizonte de tiempo, con fechas de entrega mínima y máxima («holguras» en las fechas de entrega).

Esta caracterización considera algunos aspectos no contemplados usualmente en la programación de la distribución, como son las holguras en las fechas de entrega de los pedidos. Se debe tener en cuenta este margen que existe, sobretudo en el transporte entre centros de almacenaje, ya que puede reducir significativamente los costos de transporte, permitiendo de paso realizar menos viajes con los transportes más llenos.

Para ello se ha utilizado una analogía entre la programación de la distribución y la programación y la secuenciación de piezas a máquinas. La analogía se establece entre vehículos y máquinas, y entre viajes y piezas. Con ello se han aplicado los procedimientos de penalización de tiempo de retraso en las entregas utilizados en programación y secuenciación de piezas a máquinas, como presentan Backer y Scudder (1990), y se ha aplicado la programación lineal entera. (Verma y Dessouky, 1998)

El proceso general de distribución se considera dividido en sucesivos niveles entre la empresa usuaria y sus clientes; por ejemplo, entre centros de producción y almacenes centrales, entre almacenes centrales e intermedios o entre almacenes intermedios y grandes clientes finales. Dentro de cada nivel se distinguen unidades origen-destinos (UOD), constituidas por un centro origen que transporta productos a distintos destinos, siempre con transporte directo.

La programación de la distribución se realiza en cada UOD separada e independientemente, y la programación de todo el proceso de distribución considera la unión de las programaciones de las UOD.

El modelo que se presenta minimiza el número de viajes que realizan. En relación con la flotilla de vehículos disponibles, se estudian dos posibilidades distintas: flotilla limitada, que restringe en número de transportes que se pueden utilizar en una misma unidad de tiempo, y flota ilimitada. Si la flota es limitada, es necesario programar la distribución a todos los destinos al mismo tiempo; pero si se considera ilimitada, la programación global puede descomponerse en sub-problemas que programen independientemente la distribución a cada destino (Azizoglu y Webster 2001).

La evaluación del modelo de programación de la distribución que se presenta se realiza a partir de los datos obtenidos de una empresa del sector Industrial Maquiladora de Juguetes, en la que las holguras en las fechas de entrega es un factor importante, que se adapta a la caracterización definida.

MATERIALES Y MÉTODOS

El modelo de Programación Lineal Entera (PLE) se implementa en el paquete computacional LINDO for Windows que ejecuta el programa Linear and Integer Programming en un ordenador Dell GX520 con procesador Pentium IV a 2.80 GHz y con 2Gb de RAM. La experimentación se basa en diversos kits de ejemplares generados de forma aleatoria a partir de los datos proporcionados por la empresa del sector Industrial Maquiladora comentada en la introducción.

La empresa sobre la cual se genera la adquisición de datos se dedica a la fabricación y distribución de Juguetes a nivel Latinoamérica. Sin embargo, acotamos el alcance del análisis para incrementar los esfuerzos del estudio en detalles más específicos (se enfoca en un solo país). Los clientes se sitúan en cuatro estados (geográficos) distintos, y las características del sector hacen que se encuentren concentrados en zonas relativamente pequeñas.

A cada una de estas zonas la empresa sirve pedidos, una vez a la semana. La proximidad entre los clientes de una zona, en comparación con la distancia al centro de origen y la frecuencia de entregas semanal, permite considerar el transporte como directo origen-destino, tal como se considera en el modelo.

Además, los clientes permiten un margen de una semana en la fecha de entrega, antes o después de la fecha de entrega solicitada. En general, el tamaño de cada pedido de los distintos clientes supone un tercio de la capacidad de carga de los transportes. A cada uno de los estados se envía semanalmente entre uno y tres transportes.

El modelado matemático y resolución de la programación de la distribución se realiza mediante un procedimiento exacto: la programación lineal entera (PLE). En Ferrer *et al.* (2000) se presenta un algoritmo heurístico del tipo llamado de lanzamiento (*dispatching*), a aplicar en los casos en los que la PLE no resulte adecuada debido al tamaño del ejemplar de estudio.

La resolución mediante el algoritmo de lanzamiento plantea la programación de la distribución como un problema de asignación de recursos a tareas y programación de la secuencia de ejecución.

En este algoritmo se van eligiendo sucesivamente recursos (transportes) y las tareas (pedidos) a realizar con el recurso elegido, hasta programar todas las tareas pendientes. Las elecciones se basan en unos criterios a determinar, que intentan disminuir costes intentando llenar los transportes al máximo y disminuir el número de viajes a realizar.

Los parámetros característicos para este modelo PLE son los siguientes:

SA: Número de unidades de tiempo del horizonte de programación.

SH: Número de vehículos disponibles.

CH: Capacidad de carga de los vehículos.

ND: Número de centros destino.

Z_d : Coste del viaje al destino d .

N: Número de pedidos.

FN_i : Fecha mínima del pedido i .

FX_i : Fecha máxima del pedido i .

K_i : Carga del pedido i .

D_i : Destino del pedido i

La carga del vehículo se representa con un parámetro que permita representar la restricción de capacidad con una variable unidimensional; por ejemplo, el peso, el volumen o el número de paletas que caben en el vehículo.

A continuación se presenta la formulación del modelo para los casos de flota limitada que, como se ha dicho, programa la distribución a todos los centros conjuntamente; e ilimitada, que considera independientemente la distribución a cada centro

Flotilla limitada

Las variables binarias que se utilizan en PLE son las siguientes:

G_{ivt} : El pedido i se entrega (o no) con el vehículo v en la unidad de tiempo t .

V_{vdt} : El vehículo v va (o no) al destino d en la unidad de tiempo t .

El modelo con PLE es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 [\min Z] &= \sum_{v=1}^{SH} \sum_{d=1}^{ND} \sum_{t=1}^{SA} (V_{vdt} x Z_d) \\
 \sum_{t=FN}^{FX} \sum_{v=1}^{SH} G_{ivt} &= 1, \dots, 1 \leq i \leq N \quad \langle 1 \rangle \\
 G_{ivt} &\leq V_{vdt}, \dots, 1 \leq i \leq N, 1 \leq v \leq SH \\
 FN_i &\leq t \leq FX_i, \dots, d = D_i \quad \langle 2 \rangle \\
 \sum_{d=1}^{ND} V_{vdt} &\leq 1, \dots, 1 \leq v \leq SH, 1 \leq t \leq SA, \dots \quad \langle 3 \rangle \\
 CH &\geq \sum_{i=1}^N (K_i x G_{ivt}) \\
 1 &\leq v \leq SH, 1 \leq t \leq SA, \dots \quad \langle 4 \rangle
 \end{aligned}$$

La restricción <1> asegura que cada pedido se sirve un solo día con un solo vehículo entre las fechas de entrega mínima y máxima. La <2> comprueba que cada pedido se envíe con un vehículo que va al centro, destino correcto el día que se envía el pedido. La restricción

<3> limita a uno los viajes realizados por unidad de tiempo por un vehículo, y la <4> impide que se supere la capacidad de carga de los vehículos. El límite de flotilla puede provocar que el problema resulte no factible. En este caso, la flotilla mínima que permite entregar todos los pedidos a tiempo se puede encontrar de forma iterativa, aumentando el número de vehículos disponibles hasta conseguir la resolución del problema.

Flota ilimitada

Las variables binarias que se utilizan en PLE son las siguientes:

X_{ivt} : El pedido i se entrega (o no) con el vehículo v en la unidad de tiempo t .

V_{vt} : El vehículo v se utiliza (o no) en la unidad de tiempo t .

El modelo con PLE resulta la siguiente:

$$[\min] Z = \sum_{v=1}^{SH} \sum_{d=1}^{ND} \sum_{t=1}^{NT} (V_{vt} x Z_d)$$

$$\sum_{t=FN}^{FX} \sum_{v=1}^{SH} G_{ivt} = 1, \dots, 1 \leq i \leq N, \dots \langle 5 \rangle$$

$$G_{ivt} \leq V_{vt}, \dots, 1 \leq i \leq N, 1 \leq v \leq SH, FN_i \leq t \leq FX_i, \dots \langle 6 \rangle$$

$$CH \geq \sum_{t=1}^N (K_i x G_{ivt}), \dots, 1 \leq v \leq SH, 1 \leq t \leq SA, \dots \langle 7 \rangle$$

La restricción <5> asegura que cada pedido se sirve un solo día con un solo vehículo entre las fechas de entrega mínima y máxima. La <6> comprueba que cada pedido se envíe con un vehículo que va al centro, destino correcto el día que se envía el pedido y la <7> impide que se supere la capacidad de carga de los vehículos.

RESULTADOS

A partir de los datos de la empresa se han generado ejemplares de forma aleatoria en los que se varía: el número de pedidos a entregar, el margen de fechas de entrega –holguras temporales- y el horizonte de planeación (tiempo). El tiempo máximo de resolución se calcula, para cada ejemplar, proporcional al número de pedidos.

La aplicación del modelo a la empresa estudiada se ha realizado considerando la planificación para cada destino de forma independiente y con una flotilla suficiente para que puedan servirse todos los pedidos.

A continuación se presentan los resultados correspondientes a un destino (flotilla ilimitada), comparando el caso de holgura temporal de una unidad de tiempo –escenario 1- y de dos unidades de tiempo –escenario 2-. Para ambos escenarios se compara el número de ejemplares resueltos, de cada 100, variando el tiempo máximo de resolución entre el valor calculado a partir del número de pedidos, que está comprendido entre 200s y 1000s, un 50% del mismo y un 10% del mismo.

También, se comparan el número de ejemplares resueltos en el caso de considerar un número máximo de Transportes diferentes (1, 2 y 3). El modelo se aplica a un horizonte temporal determinado. En este artículo se presentan los resultados para un horizonte de 5 unidades de tiempo y para un horizonte de 10 unidades de tiempo.

Así, la Tabla 1 muestra los resultados obtenidos para el primer horizonte temporal y la tabla 2 para el segundo horizonte temporal considerado. En las Tablas 1 y 2 se observa que el margen en la entrega de pedidos no afecta significativamente en el número de ejemplares resueltos.

Asimismo, en las gráficas se refleja este comportamiento, ya que el número de entregas requeridas persigue que el margen no varíe significativamente (fig.1) con respecto a los horizontes de planeación supuestos. La cantidad y número de ejemplares resueltos no se ve afectado de manera significativa al cambiar dichos márgenes (fig.2).

La trayectoria trazada deja de manifiesto una reducción bastante considerable en los tiempos planeados para las entregas. Los índices marcados en las gráficas responden a los tiempos de entrega con holguras mínimas abatibles en los mismos tiempos previstos. (fig. 2)

Además, el modelo permite la consideración de los márgenes en las fechas de entrega de los pedidos. Este punto es muy importante, sobre todo al momento de optimizar los procesos de entrega del producto.

Tabla 1: Número de ejemplares resueltos, de un total de 200
Para un horizonte temporal de 5 unidades de tiempo.

Ejemplares	Escenario 1			Escenario 2		
	1	2	3	1	2	3
100%	194	190	198	194	192	194
50%	194	188	192	192	188	194
10%	180	182	182	180	176	178

Tabla 2: Número de ejemplares resueltos, de un total de 200
Para un horizonte temporal de 10 unidades de tiempo

Ejemplares	Escenario 1			Escenario 2		
	1	2	3	1	2	3
100%	140	118	108	144	134	125
50%	126	108	102	128	120	112
10%	188	140	136	184	168	160

Figura 1. Significancia entre el número de entregas requeridas y los horizontes de planeación supuestos

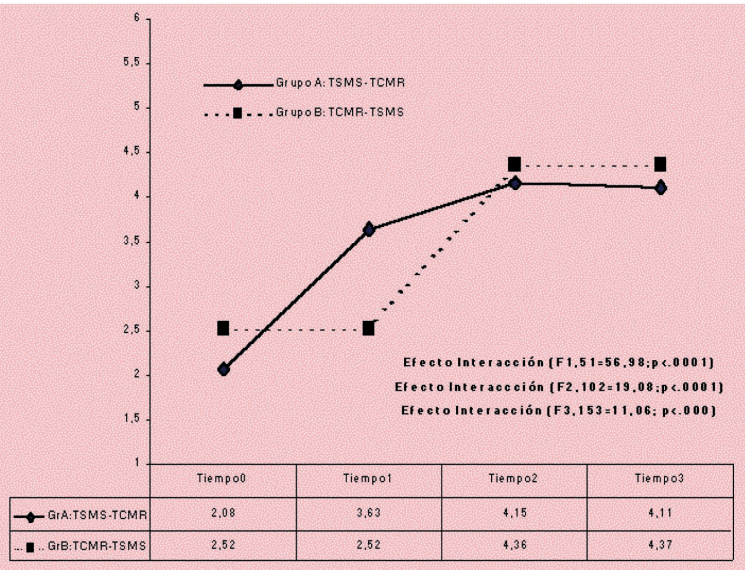
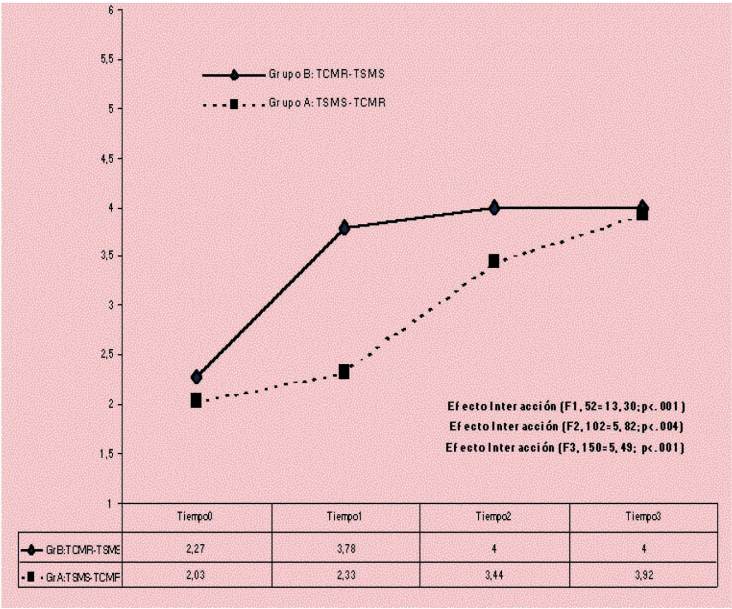


Fig. 2 Significanciaentre el número de entregas requeridas y los horizontes de planeación supuestos



DISCUSIÓN

El modelo de transporte de distribución basado en la agregación de unidades origen-destinos resulta apropiado para modelar las empresas caracterizadas y ha permitido diseñar e implementar un procedimiento exacto para la programación de la distribución de una empresa del sector Industrial Maquiladora.

Los resultados de los experimentos generados se ejecutaron en dos formas aleatorias a partir de los datos proporcionados por la Industria, mostrando que el modelo permite obtener el óptimo en un porcentaje elevado de ejemplares para horizontes de tiempo que son los utilizados por la empresa, ya que 5 unidades de tiempo corresponde a una planificación de 5 semanas.

REFERENCIAS

- Hal, Z., R. Batta y R. Szczerba, **Supply-Chain optimization – Players, tools and issues**. OR Insight. 14, (2), 20-30 (2001).
- Azizoglu, M. y S. Webster. **Scheduling a batch processing machine with incompatible job families**. Computers & Industrial Engineering, 29, p. 325 (2001).
- Baker K.R y G.D Scudder. **«Sequencing with earliness and tardiness penalties: a review»**. OP, 38 (1), p. 22 (1990).
- Baita, F., W. Ukovich, R. Pesento, R y D. Favaretto, **Dynamic routing and inventory problems: a review**. Transportation Research. Part a. 32 (8), 585-598 (1998).
- Ferrer, A.C. y M. A. de los Santos. **Un modelo de transporte de distribución**. Actas del XIV Congreso de Ingeniería Mecánica. Madrid, (2000).
- Jayaraman, V. y H. Pirkul, **Planning and coordination of production and distribution facilities for multiple commodities**. European Journal of Operational Research. 133, 394-408 (2001).
- Laporte, G. **The vehicle routing problem: an overview**. European Journal of Operational Research, 59, 345-358 (1992).
- Verma, S. y M. Dessouky. **Single-scheduling of unit-time jobs with earliness and tardiness penalties**. Mathematics of Operations Research, 23 (4), 930-943 (1998).